

超高速角接触球轴承-轴系统动态分析*

陈全兵 张锡昌^V 周锦国
(洛阳工学院 机电工程系, 河南 洛阳 471039)

TH133.334

摘要: 在综合有限元法和滚道控制理论的基础上, 给出了角接触球轴承-轴系统在超高速工况下运转时各阶临界转速的计算方法, 并讨论了预紧力和转速对轴系临界转速的影响。

关键词: 轴承; 动态; 临界速度; 计算方法

《资料法》分类号: TH133.334

文献标识码: A

轴承-轴系统、滚道控制

超高速、临界转速

0 前言

近年来轴承-轴系统的转速要求越来越高, 在超临界转速下运转的轴系已不鲜见, 由此也带来了一系列的动态性能问题(如共振、动态下的刚度、以及动态响应等)。如何使系统能稳定工作, 成为轴系设计当务之急。由于应用主机的重要性, 不可能在主机上单独进行动态试验, 因而对轴系的动态分析有着重要意义。虽然近年来这方面有所研究^[1], 但其忽略了轴系的各阶临界转速与运转速度之间的关系, 并且所研究的轴系是在低于临界转速条件下运转。为此, 本文运用有限元法和滚道控制理论对超高速轴承-轴系统进行了动态分析。

1 轴运动方程建立

对于超高速角接触球轴承-轴系统而言, 过去对其轴的性能分析一直采用简化计算方法, 这类方法由于过于简化, 计算结果与实际情况相差比较大, 不能很好的满足设计要求。近年来由于科学技术的发展, 可用有限元法进行较精确的计算。对于一根阶梯轴(即主轴)而言, 将其离散成 n 个单元, 从左往右按顺序编号, 相应有 $n+1$ 个节点(图1)。

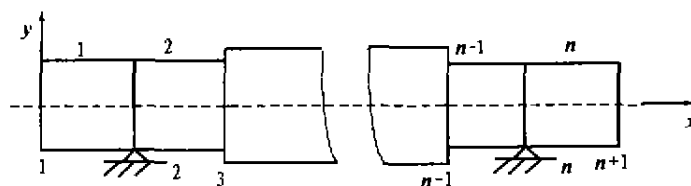


图1 单元划分

对其中任一单元, 建立无阻尼振动方程

$$[M]^e \{\ddot{u}\} + [K]^e \{u\} = \{F\} \quad (1)$$

式中 $[M]^e$ 为单元质量矩阵, $[K]^e$ 为单元刚度矩阵, $\{u\}$ 为位移矩阵, $\{F\}$ 为单元力矩阵。

考虑到剪切效应时, $[M]^e$ 、 $[K]^e$ 可分别表示为^[2]

* 机械部军工科研资助项目(8927174)

陈全兵:男,1974年生,硕士生

收稿日期:1998-09-10

$$[M]^e = \frac{\rho A l}{(1 + \Phi_s)^2} \begin{bmatrix} m_{11} & & & \text{对称} \\ m_{21} & m_{22} & & \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[K]^e = \frac{EJ}{(1 + \Phi_s)} \begin{bmatrix} \frac{12}{l^3} & & & \text{对称} \\ \frac{6}{l^2} & \frac{(4 + \Phi_s)}{l} & & \\ -\frac{12}{l^3} & -\frac{6}{l^2} & \frac{12}{l^3} & \\ \frac{6}{l^2} & \frac{(2 - \Phi_s)}{l} & -\frac{6}{l^2} & \frac{(4 - \Phi_s)}{l} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } m_{11} = m_{33} &= \frac{13}{35} + \frac{7}{10} \Phi_s + \frac{1}{3} \Phi_s^2 + \frac{6}{5} (r/l)^2 \\ m_{21} = -m_{43} &= \left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120} \Phi_s + \frac{1}{240} \Phi_s^2 \right) l + (r/l)^2 \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \Phi_s \right) l \\ m_{22} = m_{44} &= \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60} \Phi_s + \frac{1}{120} \Phi_s^2 \right) l^2 + (r/l)^2 \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{6} \Phi_s + \frac{1}{3} \Phi_s^2 \right) l^2 \\ m_{32} = -m_{41} &= \left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40} \Phi_s + \frac{1}{24} \Phi_s^2 \right) l - (r/l)^2 \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \Phi_s \right) l \\ m_{31} &= \frac{9}{70} + \frac{3}{10} \Phi_s + \frac{1}{6} \Phi_s^2 - \frac{6}{5} (r/l)^2 \\ m_{42} &= - \left(\frac{1}{140} + \frac{1}{60} \Phi_s + \frac{1}{120} \Phi_s^2 \right) l^2 + (r/l)^2 \left(-\frac{1}{30} - \frac{1}{6} \Phi_s + \frac{1}{6} \Phi_s^2 \right) l^2 \end{aligned}$$

式中 ρ 为材料密度、 A 为横截面面积、 e 为单元长度、 E 为材料弹性模量、 J 为惯性矩、 Φ_s 为剪切变形系数、 r 为回转半径。

另外,实际运转的轴系,除轴本身外,其上还有其它参振零件,如螺母、轴承的隔离环以及轴承的内套圈等。这些参振零件对轴系的振动有不可忽视的影响,在计算时作为附加质量矩阵 $[M_v]^e$ 来处理。

$$[M_v]^e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\text{式中 } J_0 = \frac{m_0}{12} \left[l_0^2 + \frac{3}{4} (D_0^2 + D^2) \right], m_0 = \frac{\pi}{4} \rho l_0 (D_0^2 - D^2),$$

其中 D 、 D_0 、 l_c 、 m_c 分别为附加零件的内径、外径、长度、质量。

对于阶梯轴而言,总体质量矩阵和总体刚度矩阵分别由各单元质量矩阵和单元刚度矩阵组成。相邻两单元具有共同点,它们在叠加时出现重叠,重叠部分为相邻两单元矩阵相应位置的系数之和。形如下式所示,其非零元素主要集中在以主对角线为中心的窄带上。

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & & & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & & \\ & k_{32} & k_{33} & \cdots & \\ & & \cdots & k_{2n,2n} & k_{2n,2n+1} \\ & & & k_{2n+1,2n} & k_{2n+1,2n+1} & k_{2n+1,2n+2} \\ 0 & & & & k_{2n+2,2n+1} & k_{2n+2,2n+2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

由于该矩阵为一稀疏对称矩阵,在矩阵中含有大量零元素。为了节省计算机存储单元,可将总体质

量矩阵和总体刚度矩阵按紧凑的四维矩阵存储。

2 滚道控制理论及刚度求解^[3]

在超高速轴承—轴系统中,由于轴承运转的速度较高(达 140 000r/min),轴承的工作状态发生了显著的变化,探讨轴承的工作状态对轴系来说至关重要。对于轴系来说,轴承的刚度在轴承—轴系统约占 40%~60%^[1]。只受径向力 F_r 、不受轴向力 F_a 的角接触球轴承的径向位移 δ_r 、径向刚度 k_r 公式为

$$\begin{aligned}\delta_r &= 1.189\,5 \times 10^{-3} F_r^{2/3} Z^{-2/3} d_w^{-1/3} (\cos \alpha_0)^{-5/3} \\ k_r &= 1.260\,96 \times 10^3 F_r^{2/3} Z^{-2/3} d_w^{-1/3} (\cos \alpha_0)^{5/3}\end{aligned}\quad (6)$$

式中 Z 为球数, d_w 为球径, α_0 为外接触角。

在超高速工况下,轴承的离心力和陀螺力矩显著增大,接触角也随之发生变化,由此引起轴承刚度的变化,静态刚度难以适用。由此可见,在对轴系进行动态分析时,不能不考虑速度对轴承刚度的影响。在超高速情况下,由于离心力的作用,轴承内部接触角改变。根据变形的几何关系,确定球中心位置的变化关系如下

$$\begin{aligned}X_g^2 + X_y^2 - [(f_0 - 0.5)d_w + \delta_y]^2 &= 0 \\ (A_g - X_g)^2 + (A_y - X_y)^2 - [(f_i - 0.5)d_w + \delta_y]^2 &= 0\end{aligned}\quad (7)$$

式中 X_y 、 X_g 、 A_g 、 A_y 为外滚道曲率中心与球终位置和内滚道曲率中心的水平、垂直距离; f_i 、 f_0 内外圈沟曲率半径系数; δ_y 、 δ_g 为滚动体与内外滚道的趋近量。

对于钢球而言,在稳定工况下,钢球的离心力 F_g ,钢球自转引起的陀螺力矩 M_g ,以及内外滚道对钢球的法向力 Q_y 、 Q_g 组成平衡力系,确定方程式如下:

$$\begin{aligned}Q_y \sin \alpha_y - Q_g \sin \alpha_g + \frac{2M_g}{D} \cos \alpha_g &= 0 \\ Q_y \cos \alpha_y - Q_g \cos \alpha_g + \frac{2M_g}{D} \sin \alpha_g + F_g &= 0\end{aligned}\quad (8)$$

式中 α_y 、 α_g 为内外接触角。

作用于整个轴承的载荷应该平衡。考虑作用于内圈上的力的平衡,则有

$$\begin{aligned}F_a - \sum_{j=1}^Z Q_y \sin \alpha_y &= 0 \\ F_r - \sum_{j=1}^Z Q_y \cos \alpha_y &= 0\end{aligned}\quad (9)$$

在整个轴承—轴系统的振动中,力矩对轴系的影响不大,可不予考虑。由以上各平衡方程组成方程组。对于这样一个非线性方程组应用牛顿—拉弗松法求解,可求出在外力作用下的径向位移 δ_r^1 。当增加一微小径向力 dF_r 后,求出径向位移 δ_r^2 ,应用以下公式即可求得轴承径向刚度。

$$\begin{aligned}\delta_r^1 &= f(F_r, F_a) \\ \delta_r^2 &= f(F_r + dF_r, F_a) \\ K_r &= \frac{dF_r}{\delta_r^2 - \delta_r^1}\end{aligned}\quad (10)$$

3 轴承—轴系统综合求解

在整个轴承—轴系统振动中,将轴承作为弹性支承边界条件来处理,将它作为径向弹簧,将其径向刚度加到运动方程总刚度矩阵中主对角线的相对位置上,从而得到总振动方程

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\}\quad (11)$$

由总振动方程(11),通过矩阵迭代法和振型叠加法可求出轴承-轴系统在工作状态下的临界转速和动态下的挠度。以上面的分析为基础编制出求解轴承-轴系统临界频率的计算方法。下面以 ZYS-S201 型轴承实验机所用电主轴系为例计算:

(1) $F_r \leq 50\text{N}$, $F_a = 140\text{N}$

转速 $n/(r/min)$	30 000	50 000	80 000	100 000	120 000	140 000
刚度 $K_r/(kN/mm)$	0.558 8	1.147 4	2.896 4	2.319 8	2.168 4	2.157 8
一阶临界转速 $I/(r/min)$	64 026	86 944	129 243	116 455	113 284	113 057

(2) $n = 50\ 000 r/min$, $F_a = 140\text{N}$

径向力 F_r/N	10	14	18	22	26	30
刚度 $K_r/(kN/mm)$	1.164 1	1.159 1	1.154 4	1.150 2	1.146 6	1.143 9
一阶临界转速 $I/(r/min)$	87 480	87 320	87 169	87 034	86 918	86 831

4 结论

(1) 本文在轴的有限元法和超高速轴承的滚道控制理论的基础上,给出了超高速轴承-轴系统在工况下的临界转速和动态下的挠度的计算方法。

(2) 超高速角接触球轴承-轴系统的临界转速受转速影响较大,受径向载荷影响较小。随着转速的变化轴系的临界转速也在变化,直至运转速度与临界转速相等时,轴系将发生共振。

(3) 在轴系运转前增加预紧力有助于提高轴承的刚度,从而提高轴系的临界转速。但预紧力的过大也将降低滚动轴承的使用寿命^[2]。协调好二者关系将有助于超高速轴系的设计。

参 考 文 献

- 1 丁长安. 高速角接触球轴承-轴系统动态分析:[硕士论文]. 洛阳: 洛阳工学院, 1984
- 2 J S 普齐米尼斯基. 矩阵结构分析理论. 北京: 国防工业出版社, 1975
- 3 万长森. 滚动轴承的分析. 北京: 机械工业出版社, 1985

Dynamical Analysis of Ultrahigh Speed Angle - Contact Bearing - Axle System

CHEN Quanbing ZHANG Xichang ZHOU Jinguo

(Dep. of Mech. & Electr. Eng., Luoyang Inst. of Technol., Luoyang 471039, China)

Abstract: On the foundation of combining finite elements with groove control theory, the computational method, which is used for natural frequency of bearing-axle system at ultrahigh speed, is provided, and it is discussed how the pre-load and rotor speed affect the natural frequency.

Key words: Bearings; Kinetic state; Critical velocity; Computational methods