

# 高速角接触球轴承动态刚度的分析与计算

刘艳华<sup>1</sup>, 李志远<sup>1</sup>, 张朝煌<sup>2</sup>, 何高清<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学 机械与汽车工程学院, 安徽 合肥 230009;  
2. 洛阳轴承研究所, 河南 洛阳 471039)

**摘要:**在 Hertz 接触理论的基础上,结合 Newton - Raphone 法,针对定位、定压两种不同的预紧方式,分析计算了轴向力和径向力联合载荷作用下高速角接触球轴承的动态刚度,结果表明:定位预紧下轴向刚度和径向刚度随转速增加而增大;定压预紧下轴向刚度随转速增加而减小,径向刚度随转速增加而增大。

**关键词:**角接触球轴承; 高速轴承; 接触刚度; 预加载荷; 转速

中图分类号: TH133.33; O242.23 文献标识码: B 文章编号: 1000 - 3762(2005)09 - 0001 - 03

## Analysis and Calculation on Dynamic Rigidity of High Speed Angular Contact Ball Bearings

LIU Yan - hua<sup>1</sup>, LI Zhi - yuan<sup>1</sup>, ZHANG Chao - huang<sup>2</sup>, HE Gao - qing<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Automobile Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;  
2. Luoyang Bearing Research Institute, Luoyang 471039, China)

**Abstract:** On the base of Hertz theory, pointing to fixed - position preload and fixed - pressure preload, the dynamic rigidities of the high speed angular contact ball bearing under axial and radial loads are analyzed and calculated by means of Newton - Raphone. The results show that the axial rigidity and radial rigidity are increased with speed increment for the fixed - position preload and the axial rigidity is decreased with speed increment, radial rigidity is increased with speed increment for the fixed - pressure preload.

**Key words:** angular contact ball bearing; high speed bearing; contact rigidity; preload; speed

电主轴是广泛用于精密车削、磨削、铣削等机床和高速高精度旋转机械上的重要组件,其转速通常为每分钟几万转甚至十几万转。在高速工作状态下,电主轴转子系统不仅要承受轴向和径向载荷作用,而且还会产生很大的离心力<sup>[1]</sup>,并引起主轴系统的振动。特别是在转速接近轴系的临界转速时,主轴系统将会产生强烈的振动。主轴系统的振动特性与主轴轴承的支承刚度有着极为密切的关系<sup>[2]</sup>,因此,在电主轴的设计中,主轴轴承动态刚度的计算就显得尤为重要。

滚动轴承转动时,轴承的动刚度与接触载荷之间的关系是非线性的,通常对刚度特性的计算是把轴承简化成等效线性弹簧,忽略刚度随载荷的非线性变化特点<sup>[3]</sup>。但是角接触球轴承在定压

和定位两种不同的预紧方式下,由于转子高速转动时离心力和陀螺力矩对钢球的接触载荷变化作用不尽相同,因此使轴承动刚度的计算结果产生了很大的区别,从而引起了较大的主轴临界转速计算误差。

本文分别根据定位、定压两种不同的预紧方式,对在轴向力和径向力联合载荷作用下的角接触球轴承动刚度进行了较精确的计算分析。

### 1 动刚度计算

由于轴承高速运转时离心力和陀螺力矩的作用,内外圈接触角发生了变化,不再相等。根据 Hertz 接触理论,无论是点接触,还是线接触,随着载荷的增加,接触面积增大,且接触部位的弹性变形逐渐达到顶点。因此,滚动轴承的刚性具有非线性的特性<sup>[4]</sup>。钢球与沟道的弹性接触变形如图

1 所示。

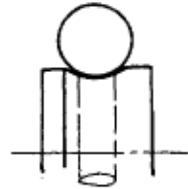


图 1 钢球与沟道的接触

### 1.1 动刚度求解公式

Hertz 接触变形与接触载荷的计算公式为

$$\delta = F \left[ \left( \frac{9 \sum \rho}{2 \epsilon} \right) \left( \frac{1}{\pi k E'} \right)^2 \right]^{1/3} Q^{2/3} \quad (1)$$

将(1)式对法向接触变形  $\delta$  求导, 整理后得到法向接触刚度为

$$K = 1.5 F^{-1} \left[ \left( \frac{9 \sum \rho}{2 \epsilon} \right) \left( \frac{1}{\pi k E'} \right)^2 \right]^{-1/3} Q^{1/3} \quad (2)$$

式中:  $Q$  为两接触物体的接触载荷;  $F$ 、 $\epsilon$  分别为第一类、第二类完全椭圆积分;  $E'$  为两接触物体等效弹性模量;  $k$  为椭圆率系数(接触椭圆长半轴与短半轴之比);  $\sum \rho$  为两接触物体在接触点主平面内的曲率总和。

若已知球与内外圈沟道的接触角和接触载荷, 利用(2)式可以求得每个球与内外圈沟道的法向接触刚度  $K_{ij}$ 、 $K_{ej}$ (下标  $i$ 、 $e$ 、 $j$  分别代表内、外圈和第  $j$  个球)。

由图 2 可知, 球与内外圈沟道接触刚度的径向分量和轴向分量为

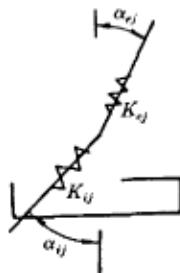


图 2 球与内外圈接触刚度

$$K_{rij} = K_{ij} \cos \alpha_{ij} \quad (3)$$

$$K_{a ij} = K_{ij} \sin \alpha_{ij} \quad (4)$$

$$K_{rej} = K_{ej} \cos \alpha_{ej} \quad (5)$$

$$K_{aej} = K_{ej} \sin \alpha_{ej} \quad (6)$$

由弹簧的串、并联原理可得第  $j$  球与内外圈沟道接触处的径向刚度  $K_{ij}$  和轴向刚度  $K_{ej}$  分别为

$$K_{ij} = \frac{K_{rij} K_{rej}}{K_{rij} + K_{rej}} \quad (7)$$

$$K_{ej} = \frac{K_{a ij} K_{aej}}{K_{a ij} + K_{aej}} \quad (8)$$

则轴承的径向刚度  $K_r$  和轴向刚度  $K_a$  为

$$K_r = \sum_{j=1}^Z K_{ij} \cos \varphi = \sum_{j=1}^Z \frac{K_{rij} K_{rej}}{K_{rij} + K_{rej}} \cos \varphi \quad (9)$$

$$K_a = \sum_{j=1}^Z K_{ej} = \sum_{j=1}^Z \frac{K_{a ij} K_{aej}}{K_{a ij} + K_{aej}} \quad (10)$$

式中:  $\varphi$  为球的位置角;  $Z$  为球的个数;  $\alpha_{ij}$ 、 $\alpha_{ej}$  分别为第  $j$  球与内外圈的接触角。

### 1.2 动刚度计算流程

已知轴承外加载荷、轴向变形  $\delta_a$  和径向变形  $\delta_r$ , 联立求解每个球的力平衡方程和位置相容方程组成的非线性方程组以及整个轴承与外加载荷的力平衡非线性方程组。在得到主要的未知量  $\delta_a$  和  $\delta_r$  后必须重复计算, 直到  $\delta_a$  和  $\delta_r$  不变时为止。非线性方程组最有效的解法是 Newton - Raphson 法, 具体计算流程见图 3。

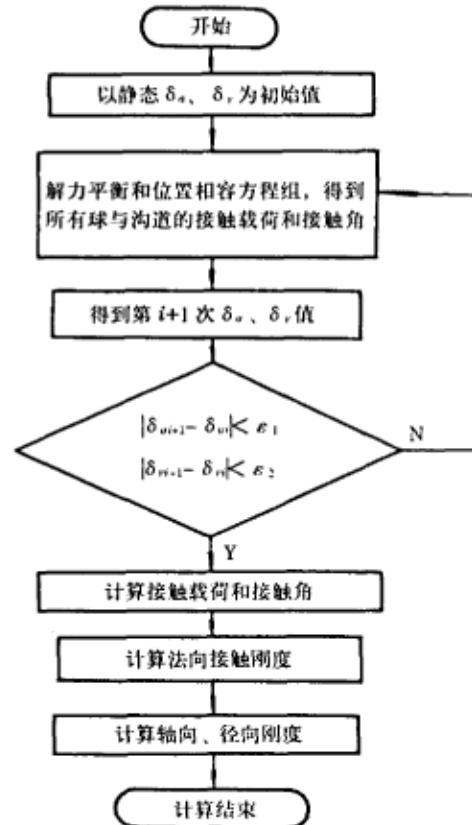


图 3 动刚度计算流程

## 2 实例计算和结果分析

两个型号相同的角接触球轴承成对安装, 分为定位预紧(图 4)和定压预紧(图 5)。

轴承参数如表 1 所示, 预载荷为 300 N。

定位预紧下, 由于轴向位移受到限制, 在高速旋转时离心力和陀螺力矩使轴承内外圈的接触载

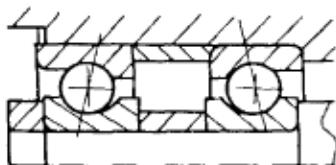


图 4 定位预紧

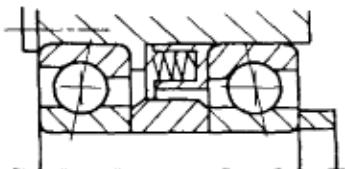


图 5 定压预紧

表 1 VEX65 轴承参数和球材料参数

轴承外径 $D/\text{mm}$	90.0	轴承内径 $d/\text{mm}$	55.0
内圈沟道曲率系数 $f_i$	0.55	钢泊松比 $\nu$	0.25
外圈沟道曲率系数 $f_o$	0.53	球密度 $\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	7.80
等效弹性模量 $E/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	$2.07 \times 10^5$	球数 $Z$	24
初始接触角 $\alpha_0$	15°	球直径 $D_s/\text{mm}$	7.94

荷增大<sup>[5]</sup>, 预载荷也随转速的增加而增大; 而定压预紧, 由于其预载荷值随转速的升高保持不变, 导致外圈接触角减小, 接触刚度增大, 而内圈则相反。因此定位预紧下的轴向刚度和径向刚度比定压预紧的值大, 且轴向刚度和径向刚度都随速度的增加而增大; 定压预紧下轴向刚度随转速的增加而减小, 径向刚度随转速的增加而增大。图 6、图 7 分别给出了不同预紧方式和速度对轴承径向刚度、轴向刚度的影响。

在有高刚度要求的应用中或有重载荷之处, 可以用多联组配代替成对双联。其中典型的组配

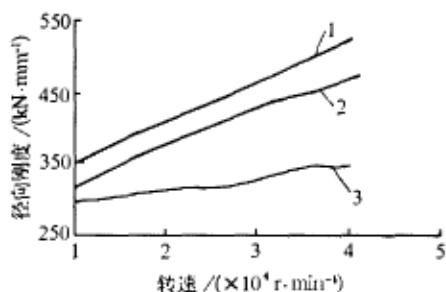


图 6 转速对径向刚度的影响

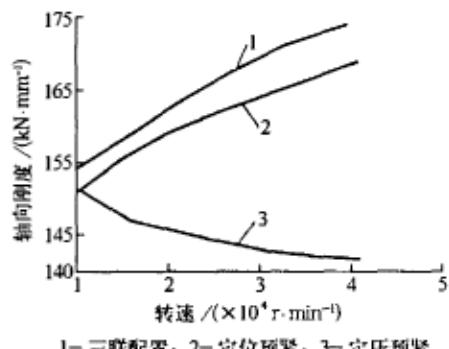


图 7 转速对轴向刚度的影响

是三联型, 如图 8 所示, 从图中可以看出, 三联组配比成对双联轴承的刚度高, 但其速度性能低。因此可根据实际应用的需求, 比如转速、轴承刚度等因素来正确选择角接触球轴承的组配形式。

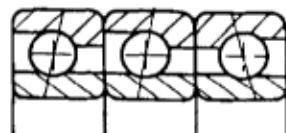


图 8 三联配置

### 3 结论

(1) 随着转速的提高, 对于定压预紧, 外圈接触刚度增大, 内圈接触刚度减小缓慢, 结果使轴承轴向刚度随转速的增加而减小, 径向刚度有所增加, 但不大; 对于定位预紧, 轴向刚度和径向刚度随转速的增加而增大。

(2) 定位预紧轴承的刚度比定压预紧的轴承刚度值大。

### 参考文献:

- [1] Harris T A. Rolling Bearing Analysis [M]. 3rd ed. John Wiley and Sons Inc, 1990.
- [2] 杜迎辉, 邱 明等. 高速精密角接触球轴承刚度计算 [J]. 轴承, 2001(11): 5~6.
- [3] 哈姆罗克 B J, 道森 D. 滚动轴承润滑 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.
- [4] 桃野達信. 滚动轴承的刚性 [J]. 张 琳, 译. 国外轴承技术, 2002(3): 56~64.
- [5] 蒋兴奇. 主轴轴承热特性及对速度和动力学性能影响的研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2001.

(编辑:杜迎辉)