

# 高速角接触球轴承静态刚度的分析与计算

刘艳华<sup>1</sup>,李志远<sup>1</sup>,张朝煌<sup>2</sup>,何高清<sup>1</sup>

(1.合肥工业大学 机械与汽车工程学院,安徽 合肥 230009;2.洛阳轴承研究所,河南 洛阳 471039)

**摘要:**在 Hertz 接触理论的基础上,结合 Newton – Raphone 法,针对定位、定压两种不同的预紧方式,分析计算了轴向力和径向力联合载荷作用下高速角接触球轴承的静态刚度。计算数据表明,轴向刚度的精确计算与简化计算结果相差较大,而径向刚度的精确计算与简化计算值相差不大。

**关键词:**角接触球轴承;接触;静刚度;计算

中图分类号:TH133.33;O313

文献标识码:A

文章编号:1000–3762(2005)08–0001–03

## Analysis and Calculation on Static Stiffness of High Speed Angular Contact Ball Bearings

LIU Yan – hua<sup>1</sup>, LI Zhi – yuan<sup>1</sup>, ZHANG Chao – huang<sup>2</sup>, HE Gao – qing<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Automobile Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. Luoyang Bearing Research Institute, Luoyang 471039, China)

**Abstract:** Based on the Hertz's contact theory and Newton – Raphone method, the static stiffness is analyzed and calculated for the high speed angular contact ball bearings with radial load and axial loading in the condition of fixed position preload and fixed pressure preload. The results show that the axial rigidity is much difference and the radial rigidity similar between the accurate calculation and the brief calculation.

**Key words:** angular contact ball bearing; contact; static stiffness; calculation

电主轴是广泛用于精密车削、磨削、铣削等机床和高速高精度旋转机械上的重要组件,而高速角接触球轴承是电主轴转子的关键支承部件。轴承的静刚度反映了其抵抗静态外载荷的能力<sup>[1]</sup>。通常对角接触球轴承静刚度的计算,是假定轴承在轴向力或径向力的作用下,采用初始接触角进行计算,且不考虑轴承沟道直径对主曲率和函数的影响<sup>[2]</sup>。事实上在载荷的作用下,不仅轴承的内、外圈接触角都发生变化,而且由此导致的轴承沟道半径和主曲率的变化通过载荷位移常数也对轴承静刚度产生影响。因此通常的计算方法将带来较大的计算误差。

本文分别根据定位、定压两种不同的预紧方式,对在轴向力和径向力联合载荷作用下的角接触球轴承的静刚度进行了较为精确的计算分析。

收稿日期:2005–01–04;修回日期:2005–03–07

作者简介:刘艳华(1977–),女,硕士研究生。

### 1 静刚度求解

设轴向和径向载荷分别为  $F_a$  和  $F_r$ ,由单个角接触球轴承的静平衡条件可得力平衡方程为

$$F_a - KA^{1.5} \sum_{\varphi=-\pi}^{\pi} \frac{(\xi - 1)^{1.5} \tau}{\xi} = 0 \quad (1)$$

$$F_r - KA^{1.5} \sum_{\varphi=-\pi}^{\pi} \frac{(\xi - 1)^{1.5} \eta \cos \varphi}{\xi} = 0 \quad (2)$$

式中: $A$  为初始内外圈沟道曲率中心间距离; $\eta = \cos \alpha_0 + \bar{\delta}_a \cos \varphi$ ;  $\tau = \sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + \mathcal{R}_i \bar{\theta} \cos \varphi$ ;  $\xi = (\tau^2 + \eta^2)^{1/2}$ ;  $\alpha_0$  为取决于轴承径向游隙的初始接触角; $\varphi$  是与球位置有关的位置角; $\delta_a$ 、 $\delta_r$ 、 $\theta$  分别为相对轴向、径向位移和相对角位移,这些相对位移如图 1 所示; $\bar{\delta}_a = \delta_a/A$ ; $\bar{\delta}_r = \delta_r/A$ ; $\bar{\theta} = \theta/A$ ; $\mathcal{R}_i = 0.5 d_m + (f_i - 0.5) D_w \cos \alpha_0$ ,为内圈沟道曲率中心的轨迹半径; $d_m$  为轴承节圆直径; $f_i$  为内圈沟道曲率半径系数; $D_w$  为球径; $K$  为载荷位移常数, $K = (K_a^{-2/3} + K_r^{-2/3})^{-3/2}$ 。

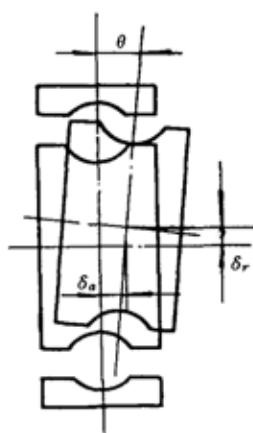


图 1 外载荷作用引起的内圈位移(外圈固定)

把(1)式对  $\delta_a$  求导, 同时考虑到接触角的变化, 即可得到静态时轴承的轴向刚度  $K_a$ 。

$$K_a = \frac{\partial F_a}{\partial \delta_a} = \frac{\partial F_a}{\partial \sin \alpha} \frac{\partial \sin \alpha}{\partial \delta_a} \quad (3)$$

其中

$$\sin \alpha = \frac{\tau}{\xi} \quad (4)$$

$$\frac{\partial F_a}{\partial \sin \alpha} = \frac{\partial K}{\partial \sin \alpha} A^{1.5} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \sin \alpha}{\partial \delta_a} = \frac{A}{\xi} - \frac{\tau^2}{\xi^{1.5}} \quad (6)$$

同样,(2)式对  $\delta_r$  求导可得到轴承的径向刚度  $K_r$ 。

$$K_r = \frac{\partial F_r}{\partial \delta_r} = \frac{\partial F_r}{\partial \sin \alpha} \frac{\partial \sin \alpha}{\partial \delta_r} \quad (7)$$

其中

$$\frac{\partial F_r}{\partial \sin \alpha} = \frac{\partial K}{\partial \sin \alpha} A^{1.5} (\xi - 1)^{1.5} \frac{\eta}{\xi} \cos \varphi \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sin \alpha}{\partial \delta_r} = - \frac{\tau \eta \cos \varphi}{\xi^3} \quad (9)$$

式中:  $\frac{\partial K}{\partial \sin \alpha}$  是载荷位移常数对接触角的偏导。

(5)和(8)式是接触角  $\alpha$  的变化对轴承静刚度的贡献量, 其中,(5)式的第二项  $KA^{1.5}(\xi - 1)^{1.5}\eta/\xi$  的数量级一般在数万甚至几十万 N/mm, 对计算结果影响大, 而其他项影响小。所以轴向刚度的精确计算与简化计算结果相差大, 而径向刚度的精确计算与简化计算差别不大。如果认为接触角  $\alpha$  不变, 则(3)和(7)式就是通常的静刚度计算公式。

由于上述公式求偏导过程极其复杂, 因此在求解中采用了 Matlab 求偏导的功能进行计算。

## 2 静刚度计算流程

根据力平衡方程(1)、(2)式, 几何位置相容方程以及(3)~(9)式, 结合 Newton-Raphson 法可以求得在联合载荷作用下轴承的轴向和径向刚度, 其计算流程如图 2 所示。

在转速不高时, 可以忽略球离心力和陀螺力矩的影响, 假设此时球与内、外圈接触角仍相等,

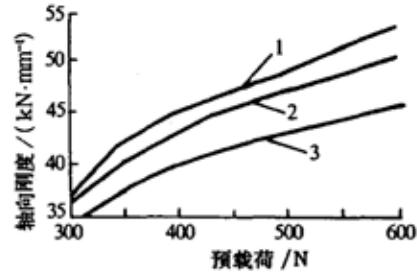
也可以用该方法计算轴承的刚度<sup>[3]</sup>。



图 2 静刚度计算流程

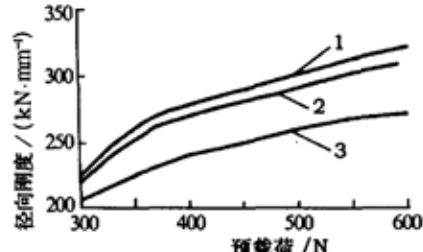
## 3 实例计算和结果分析

以 VEX55(SNFA 轴承代号)高速角接触球轴承为例进行计算, 轴承外径  $D = 90.0$  mm, 内径  $d = 55.0$  mm,  $f_i = 0.55$ ,  $f_e = 0.53$ , 钢球数  $Z = 24$ , 球径  $D_s = 7.94$  mm, 球密度  $\rho = 7.80$  g/cm<sup>3</sup>, 钢泊松比  $\nu = 0.25$ , 等效弹性模量  $E = 2.07 \times 10^5$  N/mm<sup>2</sup>, 初始接触角  $\alpha_0 = 15^\circ$ 。轴向刚度、径向刚度的计算结果如图 3、图 4 所示。



- 1 - 定位预紧轴向刚度随预载荷变化的精确计算曲线;
- 2 - 定压预紧轴向刚度随预载荷变化的精确计算曲线;
- 3 - 定位预紧轴向刚度随预载荷变化的简化计算曲线

图 3 轴向刚度随预载荷的变化



- 1 - 定位预紧径向刚度随预载荷变化的精确计算曲线;
- 2 - 定位预紧径向刚度随预载荷变化的简化计算曲线;
- 3 - 定压预紧径向刚度随预载荷变化的精确计算曲线

图 4 径向刚度随预载荷的变化

从图3可以看出,随着预载荷的增加,轴向刚度也随着增加。但是,不同的预紧方式,轴向刚度的变化也不同。当两个型号相同的角接触球轴承背对背成对安装时,对定位预紧,两个轴承的轴向变形量相同,若轴上作用一外加轴向载荷,则一个轴承轴向变形将增加,而另一个将减少同等的变形,支承系统的轴向位移仅为外力作用下所产生的轴向位移,因此支承系统的刚度显著增加。但是同等条件下,对于定压预紧,外加载荷作用则是一个轴承轴向变形增加而另一个保持预载荷时的轴向变形不变,这是由于弹簧的刚度比轴承刚度小得多,所产生的微小变形被弹簧吸收<sup>[4]</sup>。因此定压预紧的支承系统刚度没有定位预紧支承系统高,所以受定位预载荷的轴承的轴向刚度比定压预紧载荷作用下轴承的轴向刚度高。

## 4 结论

(1) 静态时轴承的轴向刚度、径向刚度随载荷

的增加而增大,定位预紧较定压预紧更有利于提高支承系统的刚度。

(2) 轴向刚度的精确计算与简化计算值相差较大,产生这种误差的主要原因是由于角接触球轴承在轴向载荷的作用下,接触角增大,而简化计算未考虑轴承接触角的变化;径向刚度的精确计算与简化计算差值不大,是由于径向力对接触角的变化影响较小。

## 参考文献:

- [1] 戴 曙.金属切削机床设计[M].大连:大连工学院, 1981.
- [2] 张迅雷.角接触球轴承静刚度的精确计算[J].轴承, 1995(5):2-3.
- [3] Harris T A. Rolling Bearing Analysis [M]. 3rd ed. John Wiley and Sons Inc, 1990.
- [4] 万长森.滚动轴承的分析方法[M].北京:机械工业出版社, 1987.

(编辑:杜迎辉)